

УДК 621.165

А.В. БОЙКО, д-р техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
А.П. УСАТЫЙ, канд. техн. наук; с.н.с. НТУ «ХПИ»;
В.С. БАРАННИК, аспірант НТУ «ХПИ»

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ФОРМАЛЬНОЙ МАКРОМОДЕЛИ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Предложена методика повышения точности формальной макромодели (полного квадратичного полинома). Приведено сравнение точности исходной, полученной с использованием планов Рехтшафнера, и уточненной формальной макромодели на тестовой функции. Также выполнена оптимизация турбинного соплового профиля с использованием известной и предложенной методики.

Ключевые слова: планирование эксперимента, формальная макромодель, интерполяция, кубический сплайн, оптимизация, турбинный профиль.

Введение

Решая задачи проектирования, перед проектировщиком постоянно возникают вопросы улучшения характеристик того или иного объекта проектирования. Именно поэтому методы оптимизации получили широкое распространение. Последнее также обусловлено постоянным ростом требований как к модернизируемым, так и вновь проектируемым объектам энергетики. Совместно с развитием направления оптимизации возрастало и количество методов поиска оптимальных значений. Данные методы имеют свои преимущества и недостатки, однако, общим для всех является требование получения максимальной точности решения при минимальном количестве вычислений. Существенно сократить количество вычислений при решении оптимизационных задач можно заменой (на время поиска оптимального решения) ресурсоемкой целевой функции ее аппроксимационной или интерполяционной зависимостью – формальной макромоделью (ФММ).

Наиболее эффективно данная задача решается с использованием методов планирования эксперимента [1], например, применением насыщенных планов Рехтшафнера [2]. Метод планирования эксперимента заключается в постановке последовательных серий экспериментов, в каждой из которых варьируются все параметры. Серия опытов ставится таким образом, чтобы после обработки результатов можно было выбрать условия для проведения следующей серии и так до нахождения оптимального значения. При этом, получаемое оптимальное решение напрямую зависит от возможности ФММ с высокой точностью отображать реальную картину процесса, зависящего от варьируемых параметров. Данная статья посвящена возможности повышения точности формальной макромодели полного квадратичного полинома, на примере планов Рехтшафнера.

Описание насыщенного плана Рехтшафнера

Планы Рехтшафнера обладают регулярной структурой, что дает возможность независимо от количества варьируемых параметров построить матрицу планирования эксперимента. Данные планы позволяют получать формальные макромодели различных показателей качества и функциональных ограничений проектируемых и оптимизируемых объектов в виде полных квадратичных полиномов (1) при минимально возможном количестве вычислений ресурсоемкой (дорогостоящей) целевой функции.

$$y(q) = A_0 + \sum_{i=1}^n (A_i + A_{ii}q_i)q_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n A_{ij}q_iq_j, \quad (1)$$

где n – число независимых факторов ФММ;
 A – коэффициенты формальной макромодели;
 \vec{q} – вектор нормированных значений независимых варьируемых параметров (компонент).

Таблица 1
 Общий вид интерполяционного плана Рехшафнера

№ точки	№ параметра				
	X1	X2	X3	X4	X5
1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	1	1	1	1
3	1	-1	1	1	1
4	1	1	-1	1	1
5	1	1	1	-1	1
6	1	1	1	1	-1
7	1	1	-1	-1	-1
8	1	-1	1	-1	-1
9	1	-1	-1	1	-1
10	1	-1	-1	-1	1
11	-1	1	1	-1	-1
12	-1	1	-1	1	-1
13	-1	1	-1	-1	1
14	-1	-1	1	1	-1
15	-1	-1	1	-1	1
16	-1	-1	-1	1	1
17	1	0	0	0	0
18	0	1	0	0	0
19	0	0	1	0	0
20	0	0	0	1	0
21	0	0	0	0	1
22	0	0	0	0	0

В качестве примера в табл. 1 приведен план Рехтшафнера для пяти независимых нормированных параметров в диапазоне изменения каждого от -1 до 1 .

Как видно из табл. 1, достаточно 22 вычислений целевой функции чтобы получить интерполяционную зависимость целевой функции и/или функционального ограничения вида (1). Применение таких зависимостей позволяет на несколько порядков сократить потребление вычислительных ресурсов при решении разного рода оптимизационных задач.

Вместе с тем, структура зависимости (1) обеспечивает решение оптимизационных задач с приемлемой точностью только для случаев с достаточно гладкой формой исходных целевых функций.

В работах [2, 3] использование в качестве функции отклика полного квадратичного полинома давало возможность с достаточной точностью определить значение искомой функции цели. При этом, наблюдалась тенденция увеличению точности ФММ при каждой последующей итерации (под точностью ФММ понимается отклонение результата, полученного с помощью ФММ, от контрольного CFD расчета).

Однако, как показали исследования, в случае более сложных форм исходных целевых функций применение зависимости вида (1) для их аппроксимации (интерполяции) не позволяет в полной мере воспользоваться преимуществом методов теории планирования эксперимента. Для более точного

описания сложного характера исходной целевой функции, имеющей большое количество перегибов и экстремумов, возможно лишь при уточнении и совершенствовании структуры аппроксимационной зависимости.

Повышения точности формальной макромодели

Существует достаточно много подходов и решений, направленных на повышение точности аппроксимационных зависимостей. Вместе с тем, большинство из них либо не являются универсальным, либо требуют существенного увеличения вычислений исходной ресурсоемкой целевой функции, что существенно снижает эффективность их использования при решении оптимизационных задач.

При детальном рассмотрении структуры зависимости (1) видно, что ее второй член представляет собой суперпозицию парабол независимых параметров, которая и определяет приближенный характер описания данной функцией реального характера

исходной целевой функции. Для получения формальной макромодели, способной более точно описывать целевую функцию предлагается в зависимости (1) заменить суперпозицию парабол на суперпозицию кубических интерполяционных сплайнов. Как известно, кубические интерполяционные сплайны способны достаточно точно описывать функции самой сложной формы.

Алгоритм замены суперпозиции парабол на суперпозицию сплайнов сопровождается следующими этапами:

- планирование эксперимента и нахождение коэффициентов при переменных полного квадратичного полинома;
- построение интерполяционных кубических сплайнов для каждого независимого параметра;
- замена суперпозиций парабол в выражении (1) на суперпозицию сплайнов.

Отметим, что для построения сплайнов требуется найти значение функции цели в дополнительных точках – узлах сплайна.

После преобразования зависимости (1) получаем следующий вид функции отклика

$$y(q) = A_0 + \sum_{i=1}^n \left(a_{ij} + \left(b_{ij} + \left(\frac{c_{ij}}{2} + \Delta q_{ij} \cdot \frac{d_{ij}}{6} \right) \Delta q_{ij} \right) \Delta q_{ij} \right) + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n A_{ij} q_i q_j, \quad (2)$$

где $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ – коэффициенты кубического сплайна текущего (j -го) интерполяционного участка i -й независимой переменной. Для каждой независимой нормированной переменной q_j существует несколько интерполяционных участков в диапазоне между -1 и $+1$; Δq_{ij} – расстояние между текущим значением q_j и координатой начального узла j -го участка сплайна, у которого значение координаты q_j находится между координатами начального (j -го) и конечного ($j+1$) его узлов.

Сравнение точности исходной и предлагаемой ФММ

Для проверки достоверности результатов, полученных с помощью уточненной функции отклика, было проведено сравнение тестовой функции вида

$$Z = 2 + 0,1X^2 + 0,1Y^2 - \sin X - \sin Y, \quad (3)$$

и формальных макромоделей вида (1) и (2). Результаты указанных выше исследований приведены на рис. 1.

Для получения кубических интерполяционных сплайнов, более точно описывающих влияние каждого независимого параметра на целевую функцию, необходимо иметь значение целевой функции как минимум в пяти узлах. Например, в нормированном виде точки этих узлов будут следующие: $-1; -0,5; 0; 0,5; 1$. При этом, для обеспечения принципа независимого влияния параметров, нормированные значения остальных параметров принимаются равными нулю. Учитывая, что в процессе получения формальной макромодели вида (1) с помощью планов Рехшафнера, значение целевой функции уже были вычислены в точка 0 и 1, то для построения кубических интерполяционных сплайнов необходимо вычислить только три значения целевой функции в точках $-0,5, 0,5$ и -1 . Как видно из рис. 1, замена суперпозиции парабол на суперпозицию сплайнов в формуле (1) позволяет достаточно точно описывать мультимодальные функции, имеющие сложную структуру и большое количество экстремумов.

Помимо сравнения точности зависимости (1) и (2) на тестовой функции, была проведена оптимизация профиля лопатки паровой турбины. Функцией цели при этом

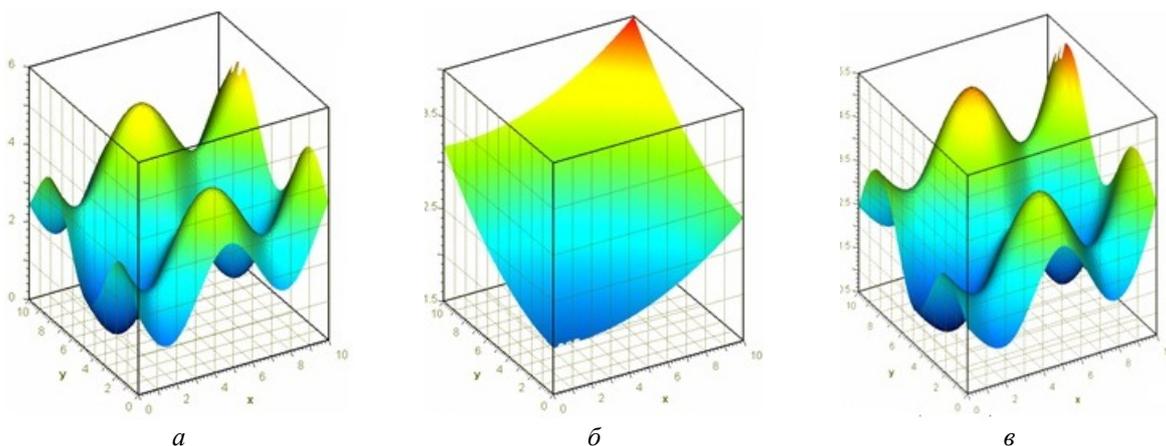


Рис. 1 – Сравнение точности аппроксимации тестовой функции формальными макромоделями: *а* – тестовая мультимодальная функция вида (3); *б* – аппроксимация функции (3) формальной макромоделью вида (1); *в* – аппроксимация функции (3) формальной макромоделью вида (2)

выступали профильные потери, ограничения накладывались на площадь профиля и расход рабочего тела через решетку. Исходные данные при данных постановках и начальный диапазон изменения варьируемых параметров были одинаковыми.

Результаты оптимизации турбинного профиля

Оптимизация турбинного профиля проводилась согласно алгоритму, приведенному в работе [4]. При этом, используя в роли функции отклика зависимость (2), рассчитывалось минимальное количество дополнительных точек.

Результаты, полученные при оптимизации в обеих постановках, а также параметры исходного профиля приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты оптимизации

Профиль	Исходный	Оптимизация с помощью	
		зависимости (1)	зависимости (2)
Потери, %	2,152770	2,025000	1,991670
Расход, кг/с	0,159522	0,159500	0,159525
Площадь, м ²	0,000322	0,000356	0,000371

Как видно из таблицы, использование формальных макромоделей вида (1) и (2) позволило получить профиль с меньшими профильными потерями по сравнению с исходным вариантом. При этом, использование в качестве функции отклика зависимости вида (2) позволило получить профиль с потерями меньшими по сравнению с использованием по зависимости (1) на 1,66 % в относительных величинах. Также, рассмотрев результаты промежуточных приближений, было обнаружено, что заданная точность ФММ по зависимости (2) была достигнута ранее, чем по зависимости (1), а последующие приближения проводились для выполнения условия, согласно которому оптимальные значения параметров должны находиться в середине диапазона варьирования. Формы исходного и оптимальных профилей приведены на рис. 2.

Из рисунка видно, что полученные профили турбинной лопатки существенно отличаются от исходного профиля в выходной части лопатки. При этом, в отличие от профиля полученного по зависимости (1), профиль, полученный с помощью замены суперпозиций парабол на суперпозицию интерполяционных кубических сплайнов, имеет более близкий к исходному входной участок.

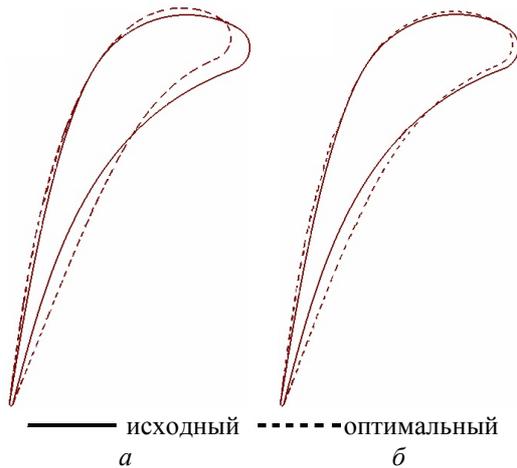


Рис. 2 – Профіля полученные при оптимизации с помощью:
 а – зависимости (1); б – зависимости (2)

Выводы

1) Проведенный анализ показал большую погрешность формальных макромоделей, имеющих вид полного квадратичного полинома, при описании функции со сложным характером искомой функции цели.

2) Предложена методика повышения точности формальных макромоделей на примере пятифакторного плана Рехтшафнера, путем замены в них суперпозиции парабол независимых переменных на соответствующую суперпозицию интерполяционных кубических сплайнов.

3) Сравнение тестовой задачи с ФММ полного квадратичного и модифицированного

полинома подтвердило явное преимущество последнего.

4) С помощью функции отклика повышенной точности получена форма профиля, которая имеет меньшие профильные потери не только в сравнении с исходным вариантом, но и с оптимальным вариантом полученным с помощью зависимости в виде полного квадратичного полинома.

Список литературы: 1. Бойко, А.В. Исследование экономичности осевых турбинных ступеней с помощью формальных макромоделей [Текст] / А.В. Бойко, Ю.Н. Говорушенко, А.П. Усатый, Г.Л. Романов // Теплоэнергетика. – М., 1988. – № 6. – С. 24-27. 2. Бойко, А.В. Пространственная оптимизация профиля лопатки прямой турбинной решетки [Текст] / А.В. Бойко, Ю.Н. Говорушенко, М.В. Бурлака, В.С. Баранник // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. трудов. – Х.: НТУ «ХПИ», 2012. – № 8. – С. 6-10. 3. Бойко, А.В. К вопросу об оптимизации формы плоских турбинных профилей [Текст] / А.В. Бойко, Ю.Н. Говорушенко, М.В. Бурлака, В.С. Баранник // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. трудов. – Х.: НТУ «ХПИ», 2011. – № 5. – С. 51-54. 4. Бурлака, М.В. Аэродинамическая оптимизация направляющих решеток осевых турбин [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.16; защищена 27.01.2011; утв. 22.04.2011 / Бурлака Максим Васильевич. – Х.: НТУ «ХПИ», 2010. – 167 с.

Поступила в редколлегию 10.01.13

УДК 621.165

Повышение точности формальной макромодели при планировании эксперимента / А.В. Бойко, А.П. Усатый, В.С. Баранник // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси та устаткування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 12(986). – С. 5-9. – Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2078-774X.

Запропонована методика підвищення точності формальної макромоделі (повного квадратичного полінома). Приведено порівняння точності початкової, отриманої з використанням планів Рехтшафнера, та удосконаленої формальної макромоделі на тестовій функції. Також виконана оптимізація турбінного соплового профілю з використанням відомої та уточненої формальної макромоделі.

Ключові слова: планування експерименту, формальна макромодель, інтерполяція, кубічний сплайн, оптимізація, турбінний профіль.

The method of accuracy improving of formal macro model (full quadratic polynomial) is proposed. The results of comparison the initial that was obtained with the use of Rehtshafner plans, and refined formal macro model with tested function are showed. Also, the optimization of turbine nozzle profile with using the known and the refined formal macro model is conducted.

Keywords: planning the experiment, formal macro model, interpolation, cubic spline, optimization, turbine profile.